

叶栅相似流场存在性与唯一性

华南理工大学 朱年国* 北京航空航天大学 徐力平

【摘要】 本文应用相似理论讨论了二维平面全位势方程及其不同程度的线化方程所描述的流场, 当进口马赫数不同时, 是否存在唯一与该马赫数对应的相似流场, 即相似流场对进口马赫数的存在性与唯一性问题。其结果可为叶栅流场的相似变换提供部分理论依据。

关键词: 叶栅 相似理论 相似变换

1 前言

低速大尺寸模拟技术是压气机设计、调试和流场诊断的重要手段^[1]。低速模拟的重要性在于能从定量的意义上, 利用低速试验台上的实验数据推算高速原型中对应的参数。而低速模拟的相似化设计及流场的相似变换是其中最为关键的一步。一般而言, 现象的相似意味着几何相似、运动相似和动力相似。在以叶栅绕流为基本要素的高压压气机叶栅的低速模拟中, 其特征之一是进口马赫数的很大不同, 这一运动不相似性使得为保证整个流场的相似, 必破坏原有的几何相似和动力相似, 以建立一种新的约束关系来重新满足相似第二定理, 这种新的约束关系的存在与否是首先要解决的。由于压气机流场的高度复杂性, 描述压气机叶栅绕流的流体动力学方程, 在各种不同的简化假设下具有完全不同的形式。考虑的因素愈多, 对应的流场方程(组)将愈复杂, 建立相似流场的难度也将随着考虑因素的增多而增大。在某一定指定的精度上, 只能用某一方程描述的流场其对应的相似流场甚至是存在的。这就是说, 在相似变换中考虑相似的存在性, 才能选择合适的方程来实现该流体动力学方程所描述的流场的相似。

2 相似流场的存在性

2.1 二维全位势方程

用定常、二维全位势方程描述的二维平面流场, 其控制方程^[2]为:

$$(1 - \Phi_x^2/a^2) \Phi_{xx} + (1 - \Phi_y^2/a^2) \Phi_{yy} - (2\Phi\Phi_x/a^2) \Phi_{xy} = 0 \quad (1)$$

其中: Φ 为位势函数; a 为当地音速; 下标 x, y 表示偏导数。

对应叶栅绕流的单值条件可分为: (1) 叶面条件; (2) 进出口条件; (3) 周期性边界条件。

在进口马赫数不同的情形下, 考虑是否存在对应的相似流场。于是对方程(1)应用方程分析法中的相似转换法^[3], 可以得到相似准则^[4]为:

$$y/x = \text{不变量}, \quad \Phi/x a = \text{不变量} \quad \text{或} \quad Ma = \text{不变量} \quad (2)$$

(2) 式是从流场控制方程中推得的相似准则, 尽管完全确定相似流场的存在性还需要考虑从单值条件中推得的相似准则, 但式(2)已经说明: 为使流场相似, 全场的马赫数都应对应相

等,这也包含了进口马赫数的相等。即,只有当马赫数相等,几何也完全相似时,对应的相似流场才可能存在。需要指出:由于方程本身忽略了粘性(即雷诺数很大),所以推得的相似准则中没有 Re 数,当考虑粘性时,相似准则中必定包含 Re 数,但实际高压压气机内叶栅绕流 Re 数都在自模区内,故只要相似流场对应的 Re 数相近,其对相似变换的影响可不予考虑。

由上述的分析可知:利用(非线性化的)全位势方程得不到进口马赫数不同时的相似流场。当描述流场的方程更趋复杂时,如用 Euler 或 N-S 方程描述的流场,由于定性准则的增多,将使相似的实现更加困难。就对应不同来流 Ma 数的相似流场而言,应用 Euler 和 N-S 方程将得到与全位势方程相同的结论。

2.2 线性亚音小扰动方程

对由线性亚音小扰动假设得到的线性亚音小扰动方程^[2],应用方程分析法可得相似准则

$$\Omega y/x = \text{不变量}, \quad \Omega = \sqrt{1 - Ma_1^2} \quad (3)$$

其它相似准则可由单值条件导出。可以发现:当式(3)满足时, Ω 的值(因而 Ma_1 的值)可以不同,说明以该方程描述的流场,可能存在进口马赫数不同时的相似流场,此时其对应的几何也必须按相似准则式(3)进行变换。

2.3 跨音小扰动方程

对按跨音小扰动条件得到的跨音小扰动方程,应用方程分析法可得相似准则为:

$$\Omega y/x = \text{不变量}, \quad \Omega^2 V_{1x}/(\varphi Ma_1^2) = \text{不变量}, \quad \Omega = \sqrt{1 - Ma_1^2} \quad (4)$$

由于式(4)中包含被决定量 φ (扰动势函数),故准则(4)式为非定性准则,它对相似的存在性不起决定性作用,而只表明被决定量与起主要影响作用的决定量之间的关系。根据相似定理,只要满足定性相似准则(4)以及由单值条件所确定的相似准则即可保证流场的相似。由式(4)可以发现:以跨音小扰动方程描述的流场可能存在进口马赫数不同时的相似流场,文献[5]给出了相似流场存在时必须满足的4个相似准则。

2.4 二阶扰动势方程

二阶扰动势方程^[2]可以写成如下形式:

$$\Omega^2 \varphi_{xx} + \varphi_y = RHS, \quad \Omega = f(Ma_1, v_x/V_1, v_y/V_1, k) \quad (5)$$

$$RHS = \frac{2Ma_1^2 \left(\frac{v_y}{V_1} + \left(1 + \frac{v_x}{V_1} \right) \varphi_{xy} \right)}{\left[1 - (k-1)Ma_1^2 \frac{v_x}{V_1} \right] - Ma_1^2 \left[\frac{k-1}{2} \left(\frac{v_x}{V_1} \right)^2 + \frac{k+1}{2} \left(\frac{v_y}{V_1} \right)^2 \right]} \quad (6)$$

对方程(5)施行相似的分析法可以得到相似指标式:

$$k_{Ma_1}^2 = 1, \quad k_\varphi = 1, \quad k_{v_1} = 1, \quad k_x/k_y = 1 \quad (7)$$

式(7)表明:即使忽略扰动势方程中的二阶以上的高阶量,方程(5)所描述的流场不可能存在进口马赫数不同时的相似流场。

2.5 引入局部线化后的统一形式

在方程(5)中引入局部线化的假设,即认为在某一微元段内,方程(5)中的二阶偏导数项的系数不再与扰动势相关。此时方程(5)将变为局部线性的偏微分方程,此时按式(6)定义的 Ω 将只是决定量 x, y 的函数,而不再包含被决定量 φ

进一步假定能忽略右边项(由于交叉项 Φ_{xy} 在一般情形下,其量级与扰动速度 v_y 的量级相同,所以右项 RHS 实际上非常接近于二阶小量。忽略右边项实际上是忽略部分二阶项,而保留另一部分二阶项的结果。因此,一般情形下可以把简化后的方程看成能够描述部分线化,又不能用跨音小扰动或亚音小扰动方程很好近似的物理流场,即可把(5)式写成:

$$\Omega^2 \Phi_x + \Phi_y = 0 \quad (8)$$

应用方程分析法可得相似变换准则:

$$\Omega(x, y) y/x = \text{不变量} \quad (9)$$

上式包含 3 个自由变量 Ω, x, y 。当 Ω 不同时, $y/x \neq 1$ 的解是可能存在的。从式(9)中可以发现:引入线性化假设以及交叉项的忽略后的相似,实际上是流场的分片相似,因此只在某一微段内 y/x 才为常数,尽管在全场范围内满足整个相似变换准则。在这种近似的意义上,以方程(5)描述的流场也可能存在进口马赫数不同的相似流场。

至此,上述几种方程的相似变换准则都可表示成相同的形式(9)式,连同单值条件,对叶栅可以推得类似于文献[5]的 4 个独立相似准则。不同的是:对前两种方程都是在该对应精度下存在精确的流场相似,而方程(5)则是近似意义下的相似。文献[4]用数值方法和实验确认了在该近似意义下,进口马赫数从 0.2 变化到临界马赫数时,以典型无量纲气动力参数为相似精度判据的情形下,对相似精度的影响^[4],验证了上述近似在工程意义的合理性。当进口马赫数超过临界值时,激波的存在将使低速模拟失去意义。

3 相似流场对进口马赫数的唯一性

对相似准则(3)、(4)或(9),只要确定 Ω 的值,则相似的叶栅几何也被唯一地确定,对应的从单值条件导出的相似准则也将只是 Ω 的函数。而 Ω 的值由进口马赫数及被模拟的流场情况唯一地决定。即是说相似流场存在时对于进口马赫数而言是唯一的。

上述分析说明:对于进口马赫数不同的流场,只有在充分线化的流场中,才可能存在与描述流场方程精度相同的相似流场。因而在选择流场方程的时候,必须充分考虑这一点。尽管在用数值方法建立对应相似流场的过程中,对于某些给定的作为相似判据的叶面上典型无量纲气动力参数,不管使用何种方程,都可能得出满足该相似判据的流场,但其作为整个流场的相似,其误差只是得到了转移而已。这一转移常常为人们所接受的可能原因,是人们更加关心在叶片表面(特别是吸力面)附近的流动相似性。

参 考 文 献

- 1 Wisler D C. Loss Reduction in Axial-Flow Compressor Through Low-Speed Model Testing. ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, 1985, 107: 354-363
- 2 西工大,南航,北航合编.气体动力学基础.国防工业出版社,1980
- 3 李之光编著.相似与模化理论及其应用.国防工业出版社,1980
- 4 朱年国.高压压气机叶栅相似变换准则的理论、数值和实验研究:[学位论文].北京航空航天大学,1990
- 5 沈孟育,周盛,林保真.叶轮机械中的跨音速流动.科学出版社,1988

STUDY ON EXISTENCE AND UNIQUENESS OF SIMILARITY TRANSFORMATION IN CASCADE

Zhu Niangou (*South China University of Technology*)

Xu Liping (*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

Based on the similarity theory and two-dimensional potential equation, the existence of similarity transformation in a cascade at different inlet Mach numbers has been considered. It has been shown that only for linearized two-dimensional flows there exists an exact similarity. In the case of full disturbance, only approximate similarity can be found. The uniqueness of similarity transformation in accordance with inlet Mach number has been also considered. The conclusion provides some theoretical basis for similarity transformation.

MISMATCH ANALYSIS BETWEEN COMPRESSOR STAGES

Miao Houwu and Liu Jianhua

(*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

ABSTRACT

A new three-stage compressor has been made by scaling up a two-stage transonic compressor and adding a third stage in order to enhance its mass flow and pressure ratio. Its tests show that serious flow mismatch exists between second stage and third stage. Factors for the flow mismatch are found out as effect of scaling up coefficient on flow block factor, variation of its rotor blade airfoil section stagger angles due to centrifugal force and the unsteady effect for supersonic blading with low aspect ratio. Owing to above mentioned three factors, the flow capacity of third stage is increased by 6.3%. Tip-cut of the third stage demonstrates that the flow-path-area of the third stage is reduced to 93.7% and modified three-stage compressor has good flow match between the second stage and third stage, as a result its surge margin is enhanced by 5.8%.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF A SINGLE-SIDE SLOPE-SLOTTED ATOMIZER

Qu Benquan (*CAAC Flight College*)

ABSTRACT

A single-side slope-slotted atomizer has been constructed for single-side atomization. The experimental investigation has been carried out on flow pattern and flow resistance of this atomizer. The feature of its low total pressure loss is testified. The information on its atomization field has been collected, from which its atomization characteristics of single-side atomizing field and its fuel atomization density distribution are obtained. It is shown, that this atomizer is one of better atomizers for an afterburner of turbofan aeroengine.

NEURAL NETWORK APPROACH TO LIQUID ROCKET ENGINE HEALTH MONITORING

Huang Minchao, Feng Xin, Zhang Yulin

(*National University of Defense Technology*)

ABSTRACT

An ART2 (Adaptive Resonance Theory) neural network was trained to detect failures in a liquid rocket engine (LRE) from noisy normal steady-state sensor data. Power spectra of successive windows of individual sensor data were presented to an ART2 neural network to learn. The trained network was then tested to verify its effectiveness of failure detection and failure onset detection. Sensor data were collected from ground tests RS61 of the variable thrust LRE. The test results show that detected by the neural network corresponds with that the failure onset determined by experts from their post-test analyses.